

Тема: Определение геометрической прогрессии. Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии.

Цель урока: Ознакомить с геометрической прогрессией, находить геометрическую прогрессию используя ее формулу.

Ход урока:

1. Орг. момент

2. Повторение пройденного материала, проверка домашнего задания

3. Объяснение нового материала

Рассмотрим последовательность, членами которой являются степени числа 2 с натуральными показателями:  
 $2; 2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^6; \dots$

Каждый член этой последовательности, начиная со второго, получается умножением предыдущего члена на 2. Эта последовательность является примером геометрической прогрессии.

**Определение.** Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

Иначе говоря, последовательность  $(b_n)$  - геом. прогрессия, если для любого натурального  $n$  выполняются условия  $b_n \neq 0$  и  $b_{n+1} = b_n \cdot q$ , где  $q$  - некоторое число. Обозначим, например, через  $(b_n)$

последовательность натуральных степеней числа 2. В этом случае для любого натурального  $n$  верно равенство  $b_{n+1} = b_n \cdot 2$ ; здесь  $q=2$ . Из определения геометрической прогрессии следует, что отношение любого ее члена, начиная со второго, к предыдущему члену равно  $q$ , т. е. при любом натуральном  $n$  верно равенство  $\frac{b_{n+1}}{b_n} = q$ .

Число  $q$  называют знаменателем геометрической прогрессии. Очевидно, что знаменатель геометрической прогрессии отличен от нуля. Чтобы задать геометрическую прогрессию, достаточно указать ее первый член и знаменатель. Приведем примеры. Если  $b_1=1$  и  $q=0,1$ , то получим геометрическую прогрессию  $1; 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; \dots$ . Условиями  $b_1=-5$  и  $q=2$  задается геометрическая прогрессия  $-5; -10; -20; -40; -80; \dots$ . Если  $b_1=2$  и  $q=-3$ , то получим геом. прогрессию  $8; 8; 8; 8; \dots$ . Зная первый член и знаменатель геом. прогрессии, м/о найти последовательно второй, третий и вообще любой ее член:  $b_2 = b_1 q$ ,

$b_3 = b_2 q = (b_1 q) q = b_1 q^2$ ,  $b_4 = b_3 q = (b_1 q^2) q = b_1 q^3$ ,  $b_5 = b_4 q = (b_1 q^3) q = b_1 q^4$ . Точно так же находим, что  $b_6 = b_1 q^5$ ,  $b_7 = b_1 q^6$  и т.д. Вообще, чтобы найти  $b_n$ , мы должны  $b_1$  умножить на  $q^{n-1}$ , т.е.  $b_n = b_1 q^{n-1}$ . Мы получили формулу  $n$ -го члена геом. прогрессии. Приведем примеры решения задач с использованием этой формулы.

**Пример 1.** В геом. прогрессии  $b_1=12,8$  и  $q=\frac{1}{4}$ . Найдём  $b_7$ . По формуле  $n$ -го члена геом. прогрессии  $b_7 = 12,8 \cdot$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{128}{10} \cdot \frac{1}{4^6} = \frac{2^7}{10 \cdot 2^{12}} = \frac{1}{2^5 \cdot 10} = \frac{1}{320}.$$

**Пример 2.** Найдём 8 член геом. прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1=162$  и  $b_3=18$ . Зная 1 и 3 члены геом. прогрессии, м/о

найти ее знаменатель. Т.к.  $b_3 = b_1 q^2$ , то  $q^2 = \frac{b_3}{b_1} = \frac{18}{162} = \frac{1}{9}$ . Решив уравнение  $q^2 = \frac{1}{9}$ , найдём, что  $q = \frac{1}{3}$  или  $q = -\frac{1}{3}$ . Таким

образом, существуют 2 прогрессии, удовлетворяющие условию задачи. Если  $q = \frac{1}{3}$ , то  $b_8 = b_1 q^7 = 162 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{2 \cdot 3^4}{3^7} = \frac{2}{27}$ .

Если  $q = -\frac{1}{3}$ , то  $b_8 = b_1 q^7 = 162 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^7 = -\frac{2 \cdot 3^4}{3^7} = -\frac{2}{27}$ . Задача имеет 2 решения:  $b_8 = \frac{2}{27}$  или  $b_8 = -\frac{2}{27}$ .

**Пример 3.** После каждого движения поршня разрежающего насоса из сосуда удаляется 20% находящегося в нем воздуха. Определим давление воздуха внутри сосуда после 6 движений поршня, если первоначально давление было 760 мм рт. ст. Т.к. после каждого движения поршня из сосуда удаляется 20% имевшегося воздуха, то остается 80% воздуха. Чтобы узнать давление воздуха в в сосуде после очередного движения поршня, нужно давление после предыдущего движения поршня умножить на 0,8. Мы имеем геометрическую прогрессию, 1 член которой равен 760, а знаменатель равен 0,8. Число, выражающее давление воздуха в сосуде (в мм рт. ст.) после 6 движений поршня, является 7 членом этой прогрессии. Оно равно  $760 \cdot (0,8)^6$ . Произведя вычисления, получим:  $760 \cdot (0,8)^6 \approx 200$  (мм рт.ст.).

4. Закрепление изученного материала:

№ 387; №388; №389; №392.

5. Д/з:

п.18; №390; №391; №393; №395.